3.1



Razones y proporciones

comparar multiplicando, no restando

La pregunta de este capítulo

Una pregunta de finca:

4 bultos de concentrado: comen 6 animales

6 bultos: ¿cuántos animales comen?

8	9	otro	«mucha gente responde 8»

Escriban su apuesta. Hoy aprenden a comparar

multiplicando **no restando**

Guárdenla: al final del capítulo la pagamos (p. 8).

En este capítulo van a...

- escribir razones y reconocer cuándo dos razones forman una proporción;
- resolver proporciones con la tabla de razón: el factor va sobre la flecha;
- distinguir una comparación que multiplica (razón) de una que resta (diferencia).

Lo que ya saben

fracciones equivalentes ✓
multiplicar fracciones ✓
de la Lección 2.1: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$, arriba y abajo por 2.

la clase en video
6:52 min

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

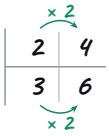
Palabras que van a usar

Antes de cualquier cuenta, estas son las palabras del capítulo; vuelvan a esta página cuando una se les olvide.

razón
$2 : 3 = \frac{2}{3}$
compara multiplicando: «por cada 2 hay 3». Se escribe $a : b$ o $\frac{a}{b}$

proporción
$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$
la igualdad de dos razones que tienen el mismo cociente

constante de proporcionalidad
$\frac{3}{2} = 1{,}5$
el número fijo: 1,5 de blanco por cada tarro de azul

tabla de razón


dos filas que se multiplican por el mismo número



Lo que ya saben de la Lección 2.1: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ porque arriba y abajo se multiplicó por 2.

De la Lección 2.1 ya traen esto: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$, porque arriba y abajo se multiplicó por 2. ¿Y si en vez de multiplicar se suma 1 arriba y abajo? Sale $\frac{3}{4}$: otra fracción. Ese detalle es todo el capítulo.

En el aula, con las manos

Mezclen pintura (o jugo concentrado con agua): 2 vasos de uno por cada 3 del otro. Hagan otra mezcla con el doble de cada cosa y comparen el color: sale igualito. Ahora una tercera, sumando 2 vasos a cada lado. ¿Cambió el color?

1 La razón

en el video: **0:59**



Por cada 2 tarros de azul, 3 de blanco: eso es una razón.

Una mezcla de pintura

Miren esta mezcla: por cada dos tarros de azul van tres de blanco. Eso es una **razón**: dos a tres, o dos tercios.



$$\text{azul} : \text{blanco} = 2 : 3 = \frac{2}{3}$$

¿Y el doble de pintura? Cuatro y seis, y el color sale igualito, porque los dos se multiplicaron por lo mismo.

Proporción y constante

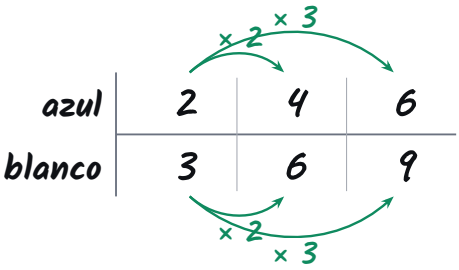
Dos razones con el mismo cociente forman una **proporción**: dos es a tres como cuatro es a seis, $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$. ¿Y si las leemos al revés, blanco entre azul?

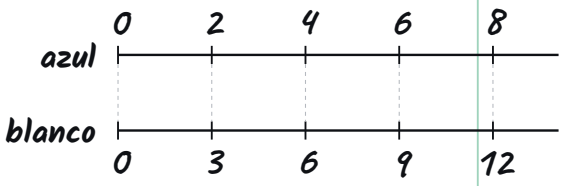
PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

$\frac{3}{2} = 1{,}5$: uno coma cinco de blanco por cada azul. Ese número fijo es la **constante de proporcionalidad**.

La herramienta de hoy: la tabla de razón

Arriba el azul y abajo el blanco. Dos y tres; por dos, cuatro y seis; por tres, seis y nueve. Las dos filas se multiplican **por lo mismo**, y ese número se escribe sobre la flecha.





la doble recta: la misma tabla en dos reglas pegadas

La idea del capítulo

Una razón compara **multiplicando**: «por cada 2 hay 3». Dos razones forman una proporción si tienen el mismo cociente. Para mantener la razón, los dos términos se multiplican (o se dividen) por el mismo número; **sumarles lo mismo la cambia**.

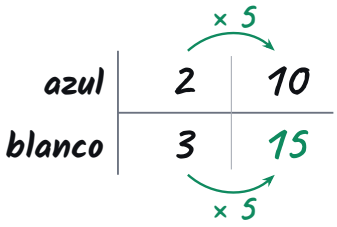
2 La tabla de razón

▶ en el video: **1:59**

Ejercicio 1 Diez tarros de azul

▶ 1:59 **1** 2 3 resuelto, para mirar

Con 10 tarros de azul, ¿cuántos de blanco?



① azul: de 2 a 10 hay un × 5

② blanco = 3 × 5 = 15

③ 15 tarros de blanco



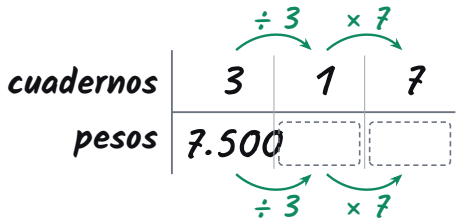
Primero el número de la flecha; después, el mismo número abajo.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

Ejercicio 2 Siete cuadernos

2:16 (1) (2) (3) complétenlo

Tres cuadernos cuestan $7.500. ¿Cuánto cuestan siete? Bajen primero a uno.



(1) 1 = $7.500 ÷ 3 =

(2) 7 = 7 × ☐ =

bajamos a uno y subimos a siete

Ejercicio 3 Café para mil tintos

3:10 (1) (2) (3) sin ayuda

Cinco kilos de café rinden 400 tintos. ¿Cuántos kilos hacen falta para 1000 tintos? Busquen primero el número de la flecha.



Ojo. La flecha no tiene que ser un número entero. De 400 a 1000 también hay un factor, aunque tenga coma; si les dio con coma, también vale.

en el video: **3:48**

3 Sumar no mantiene la razón

Piénsenlo antes de seguir — tapen lo de abajo con una hoja

¿Verdadero o falso? Si 2 tarros de azul van con 3 de blanco, 4 de azul van con 5 de blanco. V F

Falso. Mucha gente cree que basta con sumar 2 a cada lado, porque así los números suben juntos. Pero piénsenlo con la pintura: cuatro de azul con cinco de blanco da un azul más oscuro. Para el mismo color, el blanco tiene que ser seis.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

⊗ Así lo escribió un compañero

2 : 3 y 4 : 5, «porque sumé 2 a cada lado»

✓ Así es

2 : 3 y 4 : 6 (los dos por 2)

Por qué: sumar lo mismo es comparar restando: mantiene la diferencia, no la razón. Para el mismo color hay que multiplicar los dos términos por el mismo número.



4 de azul con 5 de blanco: más oscuro. El color cambió.

¿Ven la diferencia?

Sumar 2 es comparar restando: el blanco le gana al azul por uno, siempre. La razón compara multiplicando: el blanco es 1,5 veces el azul, en 2 y 3, en 4 y 6, en 6 y 9.

	azul	blanco	blanco − azul	blanco ÷ azul	¿mismo color?
2 y 3	2	3	1	1,5	—
4 y 6 (× 2)	4	6	2	**1,5**	sí
4 y 5 (+ 2)	4	5	1	1,25	no

¿Un error raro? No

Con el problema de los bultos, el mismo del principio, en un estudio con estudiantes de 13 años solo el 27 % acertó, y el 37 % (más de un tercio) contestó sumando.

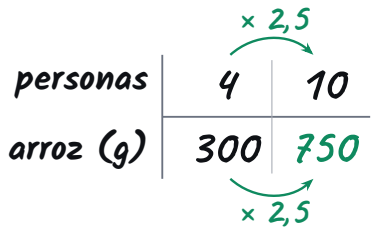
Así que la regla es una sola: **para mantener una razón, los dos términos se multiplican o se dividen por el mismo número. Sumarles lo mismo la cambia.**

De cocina

Ejercicio 4 Arroz para diez

5:27 1 2 3 resuelto, para mirar

Una receta para 4 personas lleva 300 g de arroz. ¿Para 10 personas?



① personas: de 4 a 10, × 2,5

② arroz = 300 × 2,5 = 750 g

ni un grano de más

Para practicar, en el cuaderno de trabajo: dos socios se reparten $120.000 en la razón $2:3$ (pista: $2+3=5$ partes), la escala de un mapa $1:50.000$ y más tablas. En el quiz, ¿qué mezcla es más azul, $2:3$ o $3:5$?

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

Las tres reglas del minuto 5:44 del video, con las mismas palabras.

en el video: **6:03**



¡Pregunta pagada! Bajar a una razón pequeña y subir con un factor.

Soluciones

Ej. 2. $2.500 cada uno; 7 × $2.500 = $17.500.

Ej. 3. de 400 a 1000 hay un × 2,5: 5 × 2,5 = 12,5 kg.

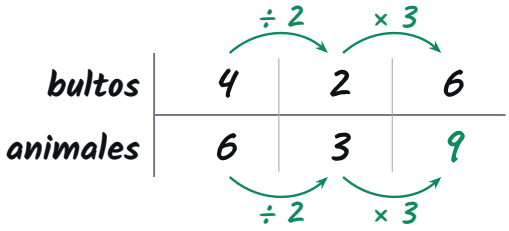
Piénselo: falso; con 4 de azul van 6 de blanco.

Para recordar

1. Una razón compara multiplicando.
2. Con el mismo cociente, dos razones forman una proporción.
3. Para mantenerla, se multiplica o se divide arriba y abajo. Sumar la cambia.

La respuesta

Cuatro bultos, seis animales. Bajemos a dos bultos, tres animales. Seis bultos son tres veces dos, así que tres veces tres: **nueve animales**.



1,5 animales por bulto:
6 × 1,5 = 9

Si apostaron nueve, acertaron; si apostaron ocho, ya saben qué se sumó: $4 : 6$ no es $6 : 8$.

Para qué les sirve

En 10.º y 11.º, en «Razón de cambio: velocidad media, densidad y otras magnitudes que se dividen» (Mate 10·11 · 2.2); de esta lección dependen, directamente o en cadena, 47 de las 60 lecciones de 10.º y 11.º. **Lo que sigue:** la Lección 3.2, proporcionalidad directa e inversa, o sea, decidir antes de calcular.

Para seguir estudiando

Recursos

escaneen con la cámara del celular

La clase — video de 6:52, en la lección del curso

El short — el error típico en un minuto

La lista — todas las clases del módulo

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

Prompts para estudiar con IA

Péguenlos en un asistente de IA: están escritos para que la IA les **pregunte**, no para que les responda.

1. Estoy aprendiendo razones y proporciones. Deme 6 situaciones (recetas, mezclas, precios), una por una, y antes de que yo calcule pregúnteme cuál es el número de la flecha en la tabla de razón. No me dé el resultado.

2. Muéstreme dos razones a la vez, unas veces proporcionales y otras no (como $2:3$ y $4:5$), y pídame que decida si dan el mismo color de pintura y por qué. Si me equivoco, pregúnteme si multipliqué o sumé.

3. Le voy a explicar con mis palabras por qué con 6 bultos comen 9 animales y no 8. Hágame preguntas como un profesor hasta que yo mismo encuentre lo que me falte. No me corrija con la respuesta.

La IA también se equivoca con las cuentas: comprueben que las dos filas se multiplicaron por lo mismo.



Si la IA les suelta la respuesta, escríbanle: «No me la diga; deme solo una pista».

Referencias

Contenido Ficha P3-L1 del curso (v2 auditada) y guion del video P3-L1-clase (auditado). Marecek, L., Anthony-Smith, M. y Honeycutt Mathis, A. (2020). *Prealgebra* (2.ª ed.). OpenStax (CC BY 4.0). §5.6 «Ratios and Rate», PDF p. 443.

La tabla de razón Van de Walle, J. A., Karp, K. S. y Bay-Williams, J. M. (2015). *Elementary and Middle School Mathematics* (9.ª ed.). Pearson. p. 458 (PDF 459): comparaciones aditivas y multiplicativas; p. 470 (PDF 471): con la tabla de razón los estudiantes «are more successful»; p. 473 (PDF 474): el montaje tradicional de la proporción, que aquí se deja para más adelante.

El estudio Ryan, J. y Williams, J. (2007). *Children's Mathematics 4-15*. Open University Press. Apéndice 1, p. 213, ítem M13.39a (prueba de 13 años): con 4 panes se alimentan 6 animales, ¿y con 6 panes? Acierta el 27 % y el 37 % responde $4:6 = 6:8$ («additive error»).

Currículo MEN (2006). *Estándares básicos de competencias*, p. 84 (67N2, 67N9). MEN (2016). *DBA Matemáticas* V.2: 6.º DBA 8 (p. 49) y 7.º DBA 3 (p. 54).

Didáctica Muller (2008), p. 199 (PDF 219): predecir antes de ver. Sweller, Ayres y Kalyuga (2011), p. 172 (PDF 192): resuelto, con hueco, sin ayuda.

Imágenes Balde de pintura y brocha: Ionenlaser, Wikimedia Commons, «Paint bucket and brush.jpg», CC0. Zumbi, tarros, tablas de razón, doble recta e íconos pixel: dibujados por código (*CREDITOS.md*).

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

Sus notas: dudas para llevar a la clase

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM