3.2



Proporcionalidad directa e inversa

decidir antes de calcular

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

La pregunta de este capítulo

Una de construcción:

6 obreros levantan un muro en 10 días

12 obreros: ¿en cuántos días?

20	5	otro

«la regla de tres no siempre va derecho»

Escriban su apuesta. Hoy aprenden a

decidir antes de calcular

Guárdenla: al final del capítulo la pagamos (p. 16).

En este capítulo van a...

- reconocer si dos magnitudes son directa o inversamente proporcionales, o ninguna de las dos;
- usar el cociente constante (directa) o el producto constante (inversa) para resolver;
- decidir el tipo antes de armar la regla de tres, también la compuesta.

Lo que ya saben

la tabla de razón ✓ bajar a uno ✓ de la Lección 3.1: arriba y abajo por lo mismo.

la clase en video
7:52 min

Palabras que van a usar

Antes de cualquier cuenta, estas son las palabras del capítulo; vuelvan a esta página cuando una se les olvide.

$\frac{y}{x} = k$

directamente proporcionales
si una se duplica, la otra también: el **cociente** se queda quieto

$x \cdot y = k$

inversamente proporcionales
si una se duplica, la otra se parte a la mitad: el **producto** se queda quieto

k

constante de proporcionalidad
el número fijo: el cociente en la directa, el producto en la inversa

$a \to b,\ c \to ?$

regla de tres
con tres datos se halla el cuarto, después de decidir el tipo



Lo que ya saben de la Lección 3.1: la tabla de razón, con el factor sobre la flecha.

De la Lección 3.1 ya traen la tabla de razón: arriba y abajo se multiplica por lo mismo, dos y tres, cuatro y seis. Esa tabla es la de hoy en su versión directa. La pregunta nueva es qué pasa cuando, al subir una magnitud, la otra **baja**.

En el aula, con las manos

Tomen un texto de 60 renglones para copiar. Si lo copia un estudiante, son 60 renglones; si se lo reparten dos, 30 cada uno; tres, 20 cada uno. Escriban la tabla en el tablero: ¿qué se queda quieto, el cociente o el producto?

1 Directa: el cociente se queda

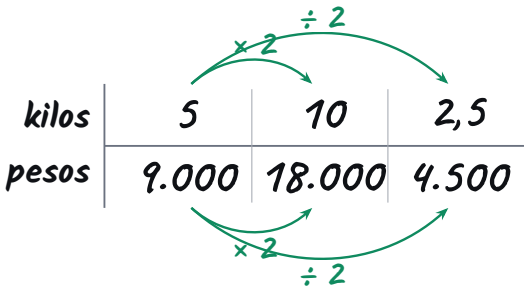
en el video: **0:56**



Vendedoras de papas (Ramón Torres Méndez, 1860): el doble de papa, el doble de plata.

La papa del mercado

Cinco kilos de papa cuestan $9.000, y si llevan el doble pagan el doble; si llevan la mitad, la mitad. Eso es **proporcionalidad directa**. ¿La prueba? Precio entre kilos da siempre lo mismo: $1.800 por kilo.



$9.000 \div 5 = 1.800$

$18.000 \div 10 = 1.800$

$4.500 \div 2{,}5 = 1.800$

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

Ejercicio 1 Ocho kilos de papa

1:18 **1** 2 3 resuelto, para mirar

¿Cuánto valen 8 kilos? Bajo a uno y subo a ocho.

① 1 kilo = $9.000 ÷ 5 = $1.800

② 8 kilos = 8 × $1.800 = **$14.400**

Ejercicio 2 Galones para 200 kilómetros

1:33 1 **2** 3 complétenlo

Un carro gasta 3 galones en 120 km. ¿Cuántos galones para 200 km? Primero, cuántos kilómetros hace con un galón.

① 1 galón = 120 ÷ 3 = ____ km

② 200 km = 200 ÷ ____ = ____ galones

Ejercicio 3 La impresora del colegio

2:23 1 2 **3** sin ayuda

Una impresora saca 45 hojas en 3 minutos. ¿Cuántas saca en 7 minutos?



Bajar a uno y subir: el mismo camino de la Lección 3.1.

2 Inversa: el producto se queda

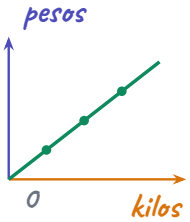
en el video: **2:51**

Los obreros del muro

Ahora cambia la cosa. Con obreros que trabajan al mismo ritmo, si llegan más, el muro sale antes, y si se van, se demora. Seis obreros por diez días son **60 jornadas** de trabajo, y ese producto no cambia, porque es lo que mide el muro.

directa: la papa

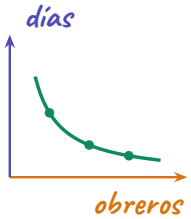
kilos	pesos	pesos ÷ kilos
5	9.000	1.800
10	18.000	1.800
8	14.400	1.800



una recta que sale del 0

inversa: los obreros

obreros	días	obreros × días
6	10	60
3	20	60
2	30	60



una curva que baja y nunca toca los ejes

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

En la papa se queda quieto el **cociente**; en los obreros, el **producto**: $6 \cdot 10 = 3 \cdot 20 = 2 \cdot 30 = 60$. La curva nunca toca los ejes porque ningún muro se hace con cero obreros.

Ejercicio 4 Cuatro obreros

3:40 · 1 2 3 resuelto, para mirar

¿Cuántos días tardan 4 obreros?

① jornadas = 6 × 10 = 60

② 4 obreros = 60 ÷ 4 = 15 días

menos gente, más días

Piénsenlo antes de seguir — tapen lo de abajo con una hoja

¿Verdadero o falso? Si 3 pintores pintan una casa en 8 días, 6 pintores la pintan en 16. V F

Falso. Mucha gente cree que si un número sube, el otro también, y arma la regla de tres derecho. Pero piénsenlo en la obra: con el doble de pintores, la casa sale en la mitad del tiempo. Cuatro días.

⊗ Así lo escribió un compañero

3 pintores, 8 días; 6 pintores, 16 días (la regla de tres «derecho»)

✓ Así es

3 × 8 = 24 días de pintor = 6×4: 4 días



El doble de pintores, ¿el doble de días? Al revés: la mitad.

Por qué: la regla de tres se armó directa en una situación inversa. Aquí no se mantiene el cociente: se mantiene el producto.

Antes de calcular, pregúntense

Si una se duplica, ¿la otra se duplica o se parte a la mitad? Si se duplica, son **directamente proporcionales**; si se parte, **inversamente proporcionales**, y el número fijo (cociente o producto) es la constante de proporcionalidad. ¿Y si no pasa ninguna de las dos? Entonces **no es proporcional**, aunque crezca.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

3 Decidir antes de calcular

en el video: **5:10**

Ejercicio 5 A noventa kilómetros por hora

5:10 · 1 **2** 3 · complétenlo

A 60 km/h un viaje dura 3 horas. ¿Y a 90 km/h? Más rápido, ¿más o menos tiempo?

① *tipo = más velocidad, menos tiempo: inversa*

② $60 \times 3 = 90 \times$ ☐

③ *tiempo* $= 180 \div 90 =$ ☐ *horas*

Ejercicio 6 Doce llaves

5:37 · 1 2 **3** · sin ayuda

Ocho llaves llenan un tanque en 9 horas. ¿Y doce llaves? Decidan primero si es directa o inversa.

De carretera

El viaje a la finca dura 3 horas a 60 km/h. ¿A qué velocidad hay que ir para llegar en dos horas y media? La distancia no cambia: $60 \times 3 = 180$ km, así que $180 \div 2{,}5 = 72$ km/h.

Para practicar, en el cuaderno de trabajo: una regla de tres compuesta (máquinas, horas y piezas al tiempo), reconocer la inversa en una gráfica y el reto de las gallinas. En el quiz, una trampa: ¿la carrera del taxi es proporcional a los kilómetros? Piensen en el banderazo.

Para recordar

1. En la directa se mantiene el cociente, y la gráfica es una recta que sale del cero.
2. En la inversa se mantiene el producto, y la gráfica es una curva que baja.
3. Decidan el tipo antes de armar la regla de tres.

Las tres reglas del minuto 6:40 del video, con las mismas palabras.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

en el video: **7:00**



¡Pregunta pagada! Doble de obreros, mitad de días.

Soluciones

Ej. 2. 40 km por galón; 200 ÷ 40 = 5 galones.

Ej. 3. 15 hojas por minuto; 7 × 15 = 105 hojas.

Ej. 5. inversa; 90 × 2 = 180: 2 horas.

Ej. 6. inversa; 8 × 9 = 72, 72 ÷ 12 = 6 horas.

Piénsenlo: falso; 24 ÷ 6 = 4 días.

La respuesta

Seis obreros por diez días son 60 jornadas, y con doce obreros, $60 \div 12$: **cinco días**. Si apostaron cinco, acertaron. ¿Y si apostaron veinte? La regla de tres se les fue derecho.

obreros	días	obreros × días
6	10	60
12	5	60

Para qué les sirve

En 10.º y 11.º, en «Repaso mezclado y simulacro uno: los ítems que más se fallan» (Mate 10·11 · 12.5), y en cadena en 16 lecciones. **Lo que sigue:** la Lección 3.3, porcentajes: la parte, el todo y el multiplicador.

Para seguir estudiando

Recursos

escaneen con la cámara del celular

La clase — video de 7:52, en la lección del curso

El short — el error típico en un minuto

La lista — todas las clases del módulo

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

Prompts para estudiar con IA

Péguenlos en un asistente de IA: están escritos para que la IA les **pregunte**, no para que les responda.

1. Estoy aprendiendo proporcionalidad directa e inversa. Deme 6 situaciones de la vida diaria, una por una, y antes de que yo calcule pregúnteme: si una magnitud se duplica, ¿la otra se duplica, se parte a la mitad o ninguna de las dos? No me dé el resultado.
2. Muéstreme una tabla de valores y pídame que decida si lo que se queda quieto es el cociente, el producto o nada. Si me equivoco, pídame que haga la cuenta en dos filas.
3. Le voy a explicar con mis palabras por qué 12 obreros tardan 5 días y no 20. Hágame preguntas como un profesor hasta que yo mismo encuentre lo que me falte. No me corrija con la respuesta.

La IA también se equivoca: comprueben que el cociente (o el producto) da igual en todas las filas.



Si la IA les suelta la respuesta, escríbanle: «No me la diga; deme solo una pista».

Referencias

Contenido Ficha P3-L2 del curso (v2 auditada) y guion del video P3-L2-clase (auditado). OpenStax (2020). *Elementary Algebra* (2.ª ed.). Rice University (CC BY 4.0). §8.9 «Use Direct and Inverse Variation», p. 947 (PDF 957); variación inversa, p. 951 (PDF 961).

Directa o no Van de Walle, J. A., Karp, K. S. y Bay-Williams, J. M. (2015). *Elementary and Middle School Mathematics* (9.ª ed.). Pearson. p. 474 (PDF 475): «help students distinguish between proportional and non-proportional comparisons».

El producto MEN (2010 **[por verificar]**). *Matemáticas, grado 7.º* (Postprimaria rural), Guía 14, p. 130: en las magnitudes «dependientes de forma inversa», el producto da siempre lo mismo.

Currículo MEN (2006). *Estándares básicos de competencias*, pp. 84-85 (67N9, 67V3). MEN (2016). *DBA Matemáticas* V.2: 6.º DBA 8 (p. 49).

Didáctica Muller (2008), p. 199 (PDF 219): predecir antes de ver. Sweller, Ayres y Kalyuga (2011), p. 172 (PDF 192): resuelto, con hueco, sin ayuda.

Imágenes «Vendedoras de papas», Ramón Torres Méndez (1860), Wikimedia Commons, dominio público. Zumbi, tablas, gráficas e íconos pixel: dibujados por código (*CREDITOS.md*).

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

Sus notas: dudas para llevar a la clase

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM