MÓDULO 2 · FRACCIONES, DECIMALES Y NÚMEROS RACIONALES

2.3

Multiplicar y dividir fracciones

área y «¿cuántas veces cabe?»

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

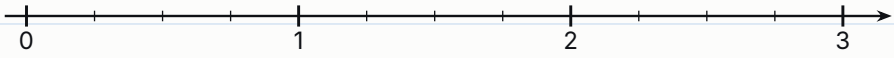
La pregunta de este capítulo

Tienen 3 litros de jugo
y vasos de 3/4 de litro.



¿Cuántos vasos llenan?

Y si están dividiendo, ¿por qué da más de 3?



Piénsenlo con los vasos, no con la regla.

Guarden la pregunta: al final llenamos los vasos uno por uno (p. 24).

En este capítulo van a...

- multiplicar fracciones con un área;
- dividir preguntando cuántas veces cabe;
- explicar por qué se invierte el divisor.

Lo que ya saben

mixto a impropia ✓ simplificar ✓

de las Lecciones 2.1 y 2.2.

la clase en video
7:32 min

Palabras que van a usar

Estas son las palabras del capítulo. Cada una tiene su dibujo; vuelvan a esta página cuando una se les olvide.

3/4 y 4/3
3/4 × 4/3 = 1

recíproco
se voltea: multiplicados dan 1

3 ÷ 3/4 = 4
dividendo · divisor · cociente

dividendo, divisor, cociente
lo que se reparte, el pedazo y cuántas veces cabe

2/3 de 3/4
= 2/3 × 3/4

fracción de una cantidad
«de» se vuelve «por»

$$\frac{3/4}{1/2}$$

fracción compleja
una fracción sobre otra



Recíproco: el de arriba baja y el de abajo sube.

Lo que ya saben. De la Lección 2.2: pasar un mixto a fracción impropia y simplificar dividiendo arriba y abajo por lo mismo. Eso es lo único que hoy necesitan.

En el aula, con las manos

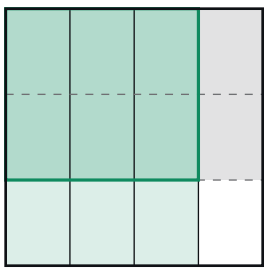
Una jarra con 3 litros de agua y vasos marcados en 3/4 de litro: ¿cuántos se llenan? Y una hoja que es «el lote»: se dobla en cuartos de arriba abajo, se colorean tres; luego se dobla en tercios de lado a lado y se rayan dos. ¿Qué parte de la hoja quedó coloreada y rayada a la vez?

1 Multiplicar: el área

en el video: **0:55**

Miren este cuadrado: es un lote entero. Lo parten en cuartos de arriba abajo y pintan tres: tres cuartos. Ahora, de esos tres cuartos, quieren dos tercios: lo parten en tercios de lado a lado y rayan dos. Donde se cruzan las dos pinturas está la respuesta.

Ejercicio 1 **Dos tercios por tres cuartos** 1:16 (1) (2) (3) resuelto, para mirar



① 2/3 × 3/4 = 2/3 de 3/4
② casillas: 3 × 4 = 12; cruce: 2 × 3 = 6
③ 2/3 × 3/4 = 6/12 = 1/2
dio menos que 3/4

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

La idea del capítulo, primera mitad

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$ es «$\frac{a}{b}$ de $\frac{c}{d}$»: el área donde se cruzan las dos franjas. Las casillas del cuadrado son $b \cdot d$ y las del cruce, $a \cdot c$:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Arriba con arriba y abajo con abajo: al multiplicar, aquí **sí** funciona.

Ejercicio 2 Tres quintos por dos séptimos

1:39 (1) (2) (3) complétenlo

① $3/5 \times 2/7 = (3 \times 2)/(5 \times \square)$

② $= 6/\square$

Ejercicio 3 4/9 × 3/8, sin ayuda

2:27 (1) (2) (3) sin ayuda

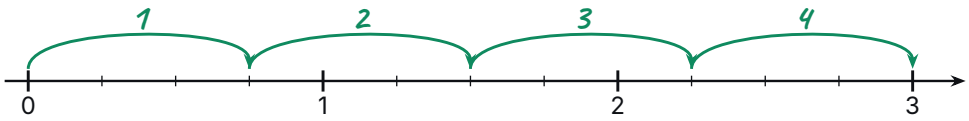
$4/9 \times 3/8 =$

Simplifiquen antes de multiplicar: así los números quedan pequeños.

2 Dividir: ¿cuántas veces cabe?

en el video: **2:58**

Seis entre dos pregunta cuántas veces cabe el 2 en el 6: tres. Con fracciones, la misma pregunta. ¿Cuántas veces cabe $\frac{3}{4}$ en 3? Parten la recta del 0 al 3 en cuartos: son doce cuartos. Y cada vaso se lleva tres.



Uno, dos, tres, cuatro saltos: caben **cuatro vasos**. Fíjense en lo que hicieron: multiplicaron por 4, para pasar a cuartos, y dividieron por 3, el tamaño del vaso.



× 4 y ÷ 3 es lo mismo que × 4/3.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

La idea del capítulo, segunda mitad

Dividir pregunta **cuántas veces cabe el divisor**. Multiplicar por 4 y dividir por 3 es multiplicar por $\frac{4}{3}$, el **recíproco** de $\frac{3}{4}$:

$$3 \div \frac{3}{4} = 3 \times \frac{4}{3} = 4 \qquad \text{en general} \qquad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Otra ruta, sin invertir nada

Ma (1999): el común convierte la división por una fracción en una división de enteros.

$\frac{3}{4} \div \frac{1}{8}$: pásenlo todo a octavos, $\frac{6}{8} \div \frac{1}{8}$. ¿Cuántos octavos caben en seis octavos? **Seis**. Con el mismo denominador, dividir fracciones es dividir los de arriba.

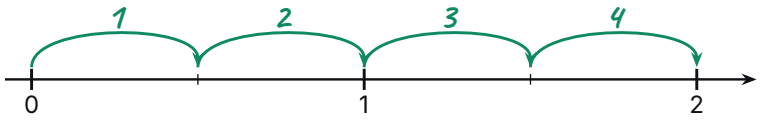
Y ahora, la trampa.

Piénsenlo antes de seguir

tapen lo de abajo con una hoja

¿Verdadero o falso? $2 \div \frac{1}{2} = 1$. V F

Falso. ¿Cuántas mitades caben en 2? Una, dos, tres, cuatro: da **4**. El 1 sale de dividir entre 2, que es otra cosa: partir en dos no es lo mismo que contar mitades.



⊗ Así lo escribió un compañero

«2 ÷ 1/2 = 1»: dividir siempre achica

✓ Así es

2 ÷ 1/2 = 4: en 2 caben cuatro mitades

Por qué: mucha gente cree que dividir siempre achica, porque con los números de siempre es así. Pero dividir entre algo menor que 1 da más. Tanto se repite, que los libros de errores le tienen nombre: «multiplicar agranda, dividir achica» (Ryan y Williams, 2007, p. 23).

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

3 Invertir, con sentido

en el video: **4:46**

Ejercicio 4 Cinco sextos entre un tercio

4:46 ① ② ③ complétenlo

① 5/6 ÷ 1/3 = 5/6 × ☐

② = ☐ /6 = ☐

¿tiene sentido? ¿cuántas veces cabe 1/3 en 5/6?

Ejercicio 5 2/5 ÷ 4/15, sin ayuda

5:20 ① ② ③ sin ayuda

2/5 ÷ 4/15 =

Inviertan el de la derecha, el divisor, y simplifiquen.



Ojo. Se invierte **solo el divisor**, el de la derecha, y solo al dividir. Al multiplicar no se invierte nada. Y antes de dar la respuesta, pregúntense: ¿el divisor es menor que 1? Entonces el resultado tiene que crecer.

La cinta

Una cinta de $7\frac{1}{2}$ m se corta en trozos de $\frac{3}{4}$ de metro. ¿Cuántos trozos salen? Siete y medio son quince medios, y $\frac{15}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{60}{6}$: **diez trozos**.

¿Crece o achica? Depende del otro número

el otro número:	**menor que 1**	**mayor que 1**
multiplicar	achica: $3 \times \frac{3}{4} = 2\frac{1}{4}$	agranda: $3 \times 2 = 6$
dividir	crece: $3 \div \frac{3}{4} = 4$	achica: $3 \div 2 = 1\frac{1}{2}$

Para el cuaderno de trabajo y el quiz

En el taller los esperan dos que el video deja abiertos (5:47): $\frac{2}{3}$ de los $\frac{3}{4}$ de un terreno, y una fracción sobre otra, $\dfrac{3/4}{1/2}$. Y en el quiz, verdadero o falso: «al dividir, el resultado siempre es menor».

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

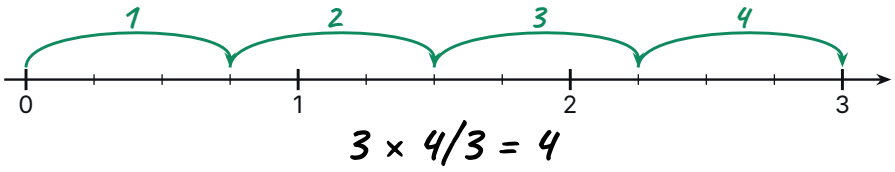
Para recordar

1. Multiplicar es sacar una fracción de otra: el área del cruce.
2. Dividir pregunta cuántas veces cabe.
3. Para dividir, multipliquen por el recíproco del divisor. Si el divisor es menor que 1, el resultado crece.

La respuesta a la pregunta

en el video: **6:43**

Tres entre tres cuartos es tres por cuatro tercios: **cuatro vasos**. Da más de 3 porque cada vaso es menos de un litro: de cada litro sale más de un vaso.





¡Pregunta pagada! Cuatro vasos, uno por uno.

Para qué les sirve

En 10.º y 11.º, esto se usa en «Razón de cambio: velocidad media, densidad y otras magnitudes que se dividen», y en seis lecciones más. **Lo que sigue:** Lección 2.4, decimales y fracciones (¿qué es mayor, 0,5 o 0,45?).

Para seguir estudiando

Recursos — escaneen con la cámara del celular

- **La clase** — video de 7:32, en la lección del curso
- **El short** — el error típico en un minuto
- **La lista** — todas las clases del módulo

Referencias

Contenido Ficha P2-L3 del curso (v3 auditada) y guion del video P2-L3-clase (auditado el 2026-11-23): ejemplos, números y palabras.

Estándares MEN (2006). *Estándares básicos de competencias*, p. 84: 67N2 (racionales

en sus distintas expresiones) y 67N6 (justificar procedimientos aritméticos). MEN (2016). *DBA Matemáticas* V.2, grado 7.º, DBA 1 y DBA 2 (p. 53).

Contenido Marecek, L., Anthony-Smith, M. y Honeycutt Mathis, A. (2020). *Prealgebra* 2.ª ed., OpenStax, §4.2 «Multiply and Divide Fractions», p. 274 (PDF 284). Año y versión de la licencia CC **[por verificar]**.

Errores Van de Walle, Karp y Bay-Williams (2015), 9.ª ed., p. 424 (PDF 425): «the biggest misunderstanding with division of fractions is just not knowing what the algorithm means»; p. 423 (PDF 424): dividir con denominador común. Ryan, J. y Williams, J. (2007). *Children's Mathematics 4-15*, cap. 2, p. 23: «multiplication makes bigger (or division makes smaller)». Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics*, p. 63 (PDF 100); editorial **[por verificar]**.

Didáctica Sweller, Ayres y Kalyuga (2011). *Cognitive Load Theory*, p. 172 (PDF 192): resuelto → con hueco → sin ayuda. Clark y Mayer (2016), p. 209 (PDF 229): vocabulario antes del procedimiento. Muller (2008), pp. 165 y 199: predecir antes de ver.

Imágenes El lote, las rectas con saltos: dibujados por código (TikZ). Zumbi e íconos pixel: dibujados por código (*CREDITOS.md*).

Prompts para estudiar con IA

Escritos para que la IA les **pregunte**, no para que les responda. Comprueben cada número.

1. Deme 5 divisiones de fracciones, una por una. Antes de que calcule, pídame que diga si el resultado será mayor o menor que el dividendo, y por qué.
2. Pídame que explique con vasos o con una recta por qué 2 ÷ 1/2 = 4. Si me enredo, deme una pista, no la explicación.
3. Le explico de dónde sale «invertir y multiplicar». Pregúnteme como un profesor hasta que yo encuentre lo que me falte.

Sus notas: dudas para llevar a la clase

Soluciones

Ej. 2. 7: 6/35.

Ej. 3. 12/72 = 1/6; o simplificar antes el 4 con el 8 y el 3 con el 9.

Ej. 4. 3 (el recíproco de 1/3): 15/6 = 2 1/2. Si: 1/3 cabe dos veces y media en 5/6.

Ej. 5. 2/5 × 15/4 = 30/20 = 3/2 = 1 1/2.

Piénsenlo: falso; da 4.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM