MÓDULO 2 · FRACCIONES, DECIMALES Y NÚMEROS RACIONALES

2.7

Jerarquía de operaciones

el orden que no es capricho

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

La pregunta de este capítulo

Esta cuenta se volvió viral:



$$8 \div 2 \times 4 + 3^2 - 1$$

Unos dicen 9. Otros, 24.

¿Quién tiene razón, y por qué?

9 24

Escriban su respuesta: al final sabremos quién tiene razón y por qué (p. 55).

En este capítulo van a...

- evaluar expresiones en el orden correcto;
- explicar por qué ese orden no es capricho;
- usar la torre con fracciones y signos.

Lo que ya saben

potencias ✓ operar racionales ✓

de las Lecciones 1.3 y 2.6.

la clase en video
7:23 min

Palabras que van a usar

Estas son las palabras del capítulo. Cada una tiene su dibujo; vuelvan a esta página cuando una se les olvide.

() potencias × ÷ + −

jerarquía de las operaciones
el orden: de arriba hacia abajo en la torre

$(6 + 4)/2 = 5$

signos de agrupación
paréntesis, corchetes y la raya de fracción

$-3^2 = -9 \quad (-3)^2 = 9$

base inmediata
el exponente es solo del número de al lado



«Paquetes»: la potencia y el producto ya vienen empacados.

Lo que ya saben. De la Lección 1.3: una potencia cuenta factores, $3^2 = 3 \times 3$. Y multiplicar es sumar repetido. Con esas dos ideas se explica todo el orden.

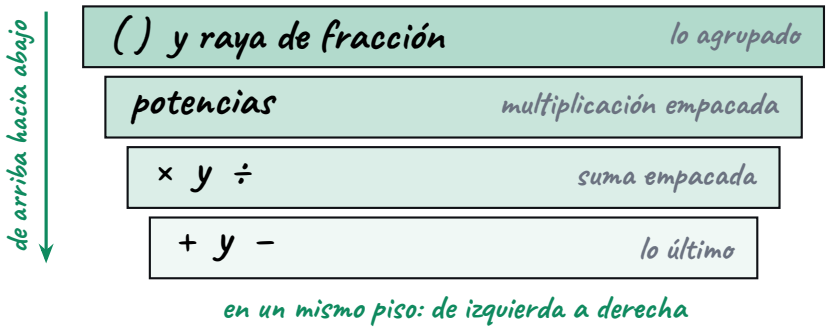
En el aula, con las manos

Una receta con pasos que no se pueden desordenar (primero se pela, después se pica, al final se fríe) y una factura de verdad de la tienda. Los estudiantes escriben la cuenta de la factura en un solo renglón y discuten: ¿qué se hace primero?

en el video: **0:54**

1 La torre

Piensen en una factura de la tienda: tres cuadernos a $4.500. Nadie suma el tres con otra cosa antes de multiplicar, porque 3×4.500 es un **paquete**: una suma repetida, ya empacada. Y la potencia, una multiplicación empacada, va todavía antes.



Arriba, lo agrupado: paréntesis y raya de fracción. Después, las potencias. Luego multiplicar y dividir, **en el mismo piso**, y abajo, sumar y restar. ¿Y dentro de un piso? De izquierda a derecha. Ese orden tiene nombre:

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

jerarquía de las operaciones.

La idea del capítulo

La jerarquía es una torre: primero lo agrupado (paréntesis), luego las potencias (multiplicación repetida), luego multiplicaciones y divisiones (sumas repetidas) y al final sumas y restas. **Dentro de cada piso, de izquierda a derecha.** No es capricho: son paquetes.

Ejercicio 1 $3 + 4 \times 2^2$

1:39 (1) 2 3 resuelto, para mirar

① $3 + 4 \times 2^2$ *arriba, la potencia*
② $= 3 + 4 \times 4$ *luego el producto*
③ $= 3 + 16 = 19$

Ejercicio 2 $20 - 12 \div 3 \times 2$

1:56 1 (2) 3 complétenlo

① $20 - 12 \div 3 \times 2$ *÷ y × en el mismo piso*
② $= 20 - \square \times 2$
③ $= 20 - \square = \square$

2 El exponente y su base

en el video: **2:46**

Las potencias, donde más gente se cae. ¿La regla? Un exponente se le pega a su **base inmediata**, al número de al lado, y a nada más.

Piénsenlo antes de seguir

tapen lo de abajo con una hoja

¿Verdadero o falso? $4^2 + 5^2 = 9^2$. *V* *F*

Falso. Cada exponente es de su base: $16 + 25 = 41$. No 81.

⊗ Así lo escribió un compañero

«$4^2 + 5^2 = 9^2 = 81$»: sumar antes de elevar

✓ Así es

$4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$

Por qué: mucha gente suma primero, cuatro más cinco, nueve, y luego eleva. Pero la suma vive en el piso de abajo. No es un error raro: en una prueba con estudiantes ingleses de once años, más de la cuarta parte (27 %) respondió 81

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

(Ryan y Williams, 2007, p. 202).



El exponente no ve más allá del número que tiene al lado.



Ojo. ¿Cuánto es -3^2, sin paréntesis? El exponente es del 3, no del menos: $3^2 = 9$, y después el menos: $-\mathbf{3^2} = -\mathbf{9}$. Con paréntesis, la base es -3: $(-3)^2 = (-3)(-3) = 9$.

El orden también vale para el signo de restar

En el mismo piso no hay jefe: $10 - 4 + 3$ es $6 + 3 = 9$, no $10 - 7 = 3$. Y $8 \div 2 \times 4$ es $4 \times 4 = 16$, no $8 \div 8 = 1$. El acrónimo de las letras puede engañar, porque pone la multiplicación antes que la división y la suma antes que la resta; la torre los deja en el mismo piso (Van de Walle et al., 2015, p. 609).

3 La torre con fracciones

en el video: **4:05**

La torre no cambia con fracciones ni con signos.

Ejercicio 3 1/2 + 3/4 × 2/3 — 4:05 — 1 2 3 resuelto, para mirar

① 1/2 + 3/4 × 2/3 *primero la multiplicación*
② = 1/2 + 6/12 = 1/2 + 1/2
③ = 1

Ejercicio 4 (1 − 1/3)² ÷ 4/9 — 4:26 — 1 2 3 complétenlo

① (1 − 1/3)² ÷ 4/9 *arriba, el paréntesis: 2/3*
② = (2/3)² ÷ 4/9 = ☐ ÷ 4/9
③ = ☐

Ejercicio 5 Sin ayuda — 5:00 — 1 2 3 sin ayuda

Ojo: la potencia es del paréntesis (−5).

−3/5 − 2/5 × (−5)² ÷ 10 =

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

La factura completa

Tres cuadernos a $4.500, dos lapiceros a $1.200 y un descuento de $2.000. Primero los paquetes, después la suma y la resta:

$$3 \times 4.500 + 2 \times 1.200 - 2.000 = 13.500 + 2.400 - 2.000 = \boxed{13.900}$$

Para el cuaderno de trabajo

En el taller los espera un reto (5:54): poner paréntesis para que $2+3\times4-1$ dé 19. Y otro: la raya de fracción también agrupa.

Para recordar

1. La torre va de arriba hacia abajo.
2. En un mismo piso, de izquierda a derecha.
3. El exponente es solo de su base inmediata.

La respuesta a la pregunta

en el video: **6:27**

$8 \div 2 \times 4$: mismo piso, de izquierda a derecha. Ocho entre dos, cuatro; por cuatro, dieciséis. Tres al cuadrado, nueve. Dieciséis más nueve menos uno: **24**. ¿Y el 9? Salía de multiplicar antes de dividir: $8 \div (2 \times 4) = 1$, y $1 + 9 - 1 = 9$.

$$8 \div 2 \times 4 + 3^2 - 1 = 4 \times 4 + 9 - 1 = 16 + 9 - 1 = \boxed{24}$$



¡Pregunta pagada! Mismo piso, de izquierda a derecha.

Para qué les sirve

En 10.º y 11.º, esto se usa en «Razón de cambio» y en «Funciones racionales», donde las fórmulas largas se evalúan piso por piso. Con esta lección cierra el módulo 2. **Lo que sigue:** el repaso del módulo y la Lección 3.1, razones y proporciones.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

Para seguir estudiando

Recursos

escaneen con la cámara del celular

La clase — video de 7:23, en la lección del curso

El short — el error típico en un minuto

La lista — todas las clases del módulo

Prompts para estudiar con IA

Escritos para que la IA les **pregunte**, no para que les responda. Comprueben cada número.

1. Deme 6 expresiones con potencias, productos, divisiones y paréntesis, una por una. Pídame el primer paso de cada una antes del resultado.
2. Muéstreme una cuenta resuelta en el orden equivocado y pídame que encuentre el paso que falla. No me diga cuál es.
3. Le explico por qué -3^2 y $(-3)^2$ no dan lo mismo. Pregúnteme como un profesor hasta que yo encuentre lo que me falte.

Referencias

Contenido Ficha P2-L7 del curso (v3 auditada) y guion del video P2-L7-clase (auditado el 2026-11-23): ejemplos, números y palabras. La torre por paquetes es la del roadmap del canal.

Estándares MEN (2006). *Estándares básicos de competencias*, p. 84: 67N6 (justificar procedimientos aritméticos) y 67N12 (elegir métodos de cálculo). MEN (2016). *DBA Matemáticas* V.2, grado 7.º, DBA 1 y DBA 2 (p. 53).

Contenido Marecek, L., Anthony-Smith, M. y Honeycutt Mathis, A. (2020). *Prealgebra* 2.ª ed., OpenStax, §2.1 «Use the Language of Algebra», p. 105 (PDF 115): multiplicación y división «have equal priority», de izquierda a derecha.

Errores Ryan, J. y Williams, J. (2007). *Children's Mathematics 4-15*. Open University Press. Apéndice 1, p. 202, ítem M11.23 («calculates $4^2 + 5^2 = 9^2 = 81$», 27 %; prueba de 11 años). Van de Walle, Karp y Bay-Williams (2015), 9.ª ed., p. 607 (PDF 608): «an exponent applies to its immediate base»; p. 609 (PDF 610), fig. 23.3: el acrónimo y la visual por niveles.

Didáctica Sweller, Ayres y Kalyuga (2011). *Cognitive Load Theory*, p. 172 (PDF 192): resuelto → con hueco → sin ayuda. Clark y Mayer (2016), p. 209 (PDF 229): vocabulario antes del procedimiento. Muller (2008), pp. 165 y 199: predecir antes de ver.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

Imágenes La torre de las operaciones: dibujada por código (TikZ). Zumbi e íconos pixel: dibujados por código (*CREDITOS.md*).

Sus notas: dudas para llevar a la clase

Soluciones

Ej. 2. Primero la división (más a la izquierda): $12 \div 3 = 4$; $4 \times 2 = 8$; $20 - 8 = 12$.

Ej. 4. $4/9$; $4/9 \div 4/9 = 1$.

Ej. 5. $(-5)^2 = 25$; $2/5 \times 25 = 10$; $10 \div 10 = 1$; $-3/5 - 1 = -8/5$.

Piénselo: falso; da 41.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM