MÓDULO 1 · NÚMEROS NATURALES, CONJUNTOS Y ENTEROS

1.7



Sumar y restar enteros

el caminante en la recta

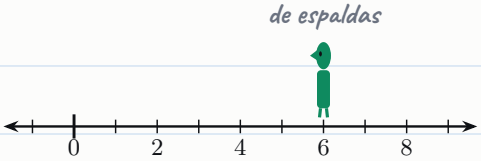
La pregunta de este capítulo

¿Cuánto es seis menos, menos dos?

$$6 - (-2) = ?$$



4	o	8



Escriban su apuesta en el cuaderno antes de seguir.

Guárdenla: en este capítulo la comprobamos de dos formas (p. 57).

En este capítulo van a...

- sumar enteros caminando en la recta y anticipar el signo antes de calcular;
- restar enteros con el caminante que mira a la izquierda;
- convertir toda resta en suma: restar es sumar el opuesto.

Lo que ya saben

la recta ✓ el opuesto ✓ el valor absoluto ✓

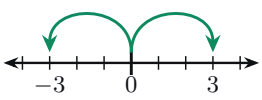
de la Lección 1.6: a la derecha, mayor.

la clase en video
7:55 min

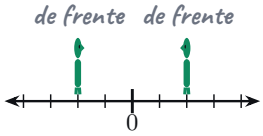
PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

Palabras que van a usar

Antes de cualquier cuenta, estas son las palabras del capítulo; vuelvan a esta página cuando una se les olvide.



opuesto
el opuesto de 7 es -7; el de -7 es 7



el caminante
sumar: mira a la derecha; restar: mira a la izquierda



fichas
una positiva y una negativa se anulan en pareja

$$a - b = a + (-b)$$

diferencia
el resultado de una resta; restar es sumar el opuesto



El signo del número dice si el caminante va de frente o de espaldas.

El **caminante** se para en la recta sobre el primer número. La operación dice hacia dónde **mira**: para sumar, a la derecha; para restar, a la izquierda. El signo del número dice cómo **camina**: si es positivo, de frente; si es negativo, de espaldas. Y el número dice cuántos pasos da.

En el aula, con las manos

Recorten fichas de dos colores: verdes para lo que se tiene (positivas) y blancas para lo que se debe (negativas). Una verde y una blanca juntas valen 0: se anulan en pareja. Para hacer $-7+3$ pongan siete blancas y tres verdes; aparten las parejas y cuenten lo que sobra.

Con plata: tener 3 y deber 7 es quedar debiendo 4.

▶ en el video: **0:42**

1 Sumar es caminar

Para sumar, el caminante mira hacia la derecha. Si el número que se suma es positivo, camina de frente; si es negativo, camina de espaldas.



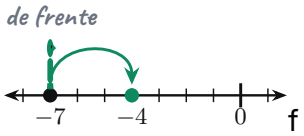
Mirando a la derecha y de espaldas, avanza hacia la izquierda.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

Ejercicio 1 Menos siete más tres

1:00 **1** 2 3 resuelto, para mirar

$-7+3$: parte en el -7 y mira a la derecha. El 3 es positivo: de frente, tres pasos.



1. $-7+3$ parte en -7
2. suma: mira a la derecha
3. 3 positivo: de frente, 3 pasos

$-7+3=$ **-4**

Compruébenlo con fichas

⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊕ ⊕ ⊕

Tres parejas se anulan y quedan cuatro fichas negativas: $-7+3=-4$. El signo del resultado es el del número de **mayor valor absoluto**: aquí, la deuda de 7.

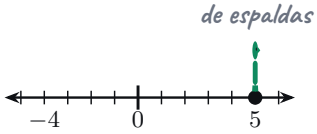


Deben 7 y tienen 3: pagan 3 de las deudas y quedan debiendo 4. Ganó la deuda, que era más grande.

Ejercicio 2 Cinco más, menos nueve

1:33 1 **2** 3 complétenlo

$5+(-9)$: parte en el 5 y mira a la derecha. Pero el 9 es negativo: camina de espaldas. ¿Hacia qué lado avanza? (Solución al final del capítulo.)



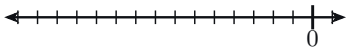
1. $5+(-9)$ parte en 5
2. suma: mira a la derecha
3. 9 negativo: de espaldas, 9 pasos

avanza hacia la [ ] llega a -4

Ejercicio 3 Menos seis más, menos ocho

2:24 1 2 **3** sin ayuda

$-6+(-8)$. Antes de caminar, anticipen el signo; luego, el resultado.



Del caminante a la regla: anticipar el signo

Después de caminar varias veces aparece un atajo. Si los dos números

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

tienen el mismo signo, se suman sus valores absolutos y se conserva el signo. Si tienen signos distintos, se restan los valores absolutos y gana el signo del que tiene **mayor valor absoluto**: el que pesa más.

la suma	signos	qué pesa más	resultado
$-7+3$	distintos: $7-3=4$	la deuda de 7	-4
$5+(-9)$	distintos: $9-5=4$	el 9 negativo	-4
$-6+(-8)$	iguales: $6+8=14$	dos deudas	-14
$-3+8$	distintos: $8-3=5$	lo que se tiene, 8	5

El caminante y la regla dan lo mismo; la regla es más rápida, el caminante explica por qué.

2 Restar: el caminante de espaldas

en el video: **2:52**

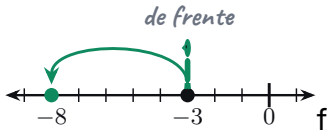
Para restar cambia una sola cosa: **el caminante mira hacia la izquierda**. El signo del número sigue diciendo si va de frente o de espaldas. El $3-8$ que quedó pendiente en la Lección 1.2: parte en el 3, mira a la izquierda, ocho pasos de frente: -5. Al resultado de una resta le decimos **diferencia**.

$3-8=-5$: *con los naturales no se podía; con los enteros, sí.*

Ejercicio 4 Menos tres menos cinco

3:17 (1) (2) (3) resuelto, para mirar

$-3-5$: parte en el -3 y mira a la izquierda. El 5 es positivo: de frente, cinco pasos.



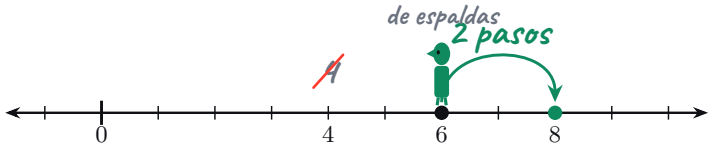
① $-3-5$ parte en -3
② resta: mira a la izquierda
③ 5 positivo: de frente, 5 pasos
$-3-5=-8$

Piénsenlo antes de seguir tapen lo de abajo con una hoja

Y ahora, su apuesta. ¿Verdadero o falso? $6-(-2)=4$ V F

Miren al caminante. Parte en el 6. Es una resta: mira a la izquierda. Pero el 2 es negativo: camina de espaldas. Mirando a la izquierda y caminando de espaldas, **avanza hacia la derecha**. Dos pasos: 8.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM



resta: mira a la izquierda · −2: de espaldas, avanza a la derecha

⊗ Así lo escribió un compañero

$6-(-2)=4$

✓ Así es

$6-(-2)=8$

Por qué: se vio la resta, se quitaron dos y el signo del 2 se perdió: se trató el signo y el número como dos cosas aparte.

¿Cuánto da $-6-3$? Con el caminante: parte en -6, mira a la izquierda, tres pasos de frente: -9. Quien responde -3 hizo lo mismo: separó el signo del número.

La idea del capítulo

Comparen: $6-(-2)$ llegó al mismo lugar que $6+2$, y $-3-5$ al mismo que $-3+(-5)$. **Restar un número es sumar su opuesto**:

$$a-b=a+(-b)$$

Así toda resta se vuelve suma, y basta una sola regla: la del caminante que mira a la derecha.



No es un error raro: en un estudio, más de la cuarta parte de los estudiantes de 14 años respondió -3 en $-6-3$.

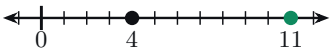
3 Restar es sumar el opuesto

en el video: **4:59**

Ejercicio 5 Cuatro menos, menos siete

4:59 · 1 **2** 3 complétenlo

$4-(-7)$ es 4 más ¿qué número? El resultado se los adelanto: 11.



① $4-(-7)$

② $=4+\square$

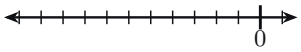
③ $=11$

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

Ejercicio 6 Menos diez menos, menos cuatro

5:28 1 2 3 sin ayuda

$-10-(-4)$. Pásenla a suma y resuélvanla.





Ojo. Anticipen el signo antes de calcular: en una suma, el resultado lleva el signo del número de mayor valor absoluto. En $-10+4$ pesa más la deuda de 10: el resultado es negativo.

Con plata

Tenían $20.000, pagaron $35.000 con tarjeta y les devolvieron $8.000. Lo que tienen suma 28.000; lo que deben, 35.000:

$$20.000-35.000+8.000=28.000+(-35.000)=-7.000$$

Es la aplicación del minuto 5:58: juntar lo que se tiene y lo que se debe.

Si pagan la tarjeta con lo que tienen, quedan debiendo $7.000.

Para practicar, en el cuaderno de trabajo: sumas largas como $-3+8-5-(-2)$ (el truco: pasar cada resta a suma y juntar los positivos por un lado y los negativos por otro), el error de un compañero que escribió $-8+3=-11$, y la distancia de la Lección 1.6, de -3 a 5, con resta: $|5-(-3)|=8$.

Para recordar

1. Sumar es caminar; el signo del número dice si va de frente o de espaldas.
2. Para restar, el caminante mira a la izquierda.
3. Restar es sumar el opuesto.

Las tres reglas del minuto 6:54 del video, con las mismas palabras.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

La respuesta a la pregunta

en el video: **7:09**



tener 8 y deber 2 = 6;
les quitan la deuda

① 6 = tener 8 y deber 2

② − (−2): les quitan la deuda de 2

③ 6 − (−2) = 6 + 2 = 8

Seis puede ser tener 8 y deber 2. Si les quitan esa deuda de 2, quedan con 8. Si apostaron 8, acertaron; si apostaron 4, ya saben qué signo se perdió. Y con el caminante: mirando a la izquierda y de espaldas, dos pasos a la derecha.



¡Pregunta pagada! Comprobada de dos formas: con el caminante y con plata.

Para ir más lejos: sumas largas

Con varios términos, primero se pasa cada resta a suma; después se juntan los positivos por un lado y los negativos por otro:

$$-4+9-6-(-3) = -4+9+(-6)+3 = (9+3)+(-4-6) = 12+(-10) = 2$$

Lo que se tiene, 12; lo que se debe, 10: el resultado es positivo porque pesa más lo que se tiene.

Para qué les sirve

En 10.º y 11.º, en «Valor absoluto: la distancia que no tiene signo» (Mate 10·11 · 1.4) y en cuatro lecciones más. **Lo que sigue:** Lección 1.8, de dónde sale «menos por menos da más».

Para seguir estudiando

Recursos

escaneen con la cámara del celular

La clase — video de 7:55, en la lección del curso

El short — el error típico en un minuto

La lista — todas las clases del módulo

Soluciones

Ej. 2. hacia la izquierda: 9 pasos, hasta -4.

Ej. 3. negativo (dos deudas): -14.

Ej. 5. 7, el opuesto de -7: $4+7=11$.

Ej. 6. $-10+4=-6$.

Piénsenlo: falso, da 8.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM



Si la IA les suelta la respuesta, escríbanle: «No me la diga; deme solo una pista».

Prompts para estudiar con IA

Péguenlos en un asistente de IA: están escritos para que la IA les **pregunte**, no para que les responda.

1. Estoy aprendiendo a sumar y restar enteros con el modelo del caminante en la recta. Hágame 5 operaciones, una por una (como $-4-(-6)$). Antes de que yo calcule, pregúnteme hacia dónde mira el caminante y si camina de frente o de espaldas. No me dé el resultado.

2. Invénteme un problema con plata (algo que tengo y algo que debo) que se resuelva sumando enteros. Si me equivoco con el signo, pregúnteme qué pesa más, lo que tengo o lo que debo.

3. Le voy a explicar con mis palabras por qué $6-(-2)$ da 8 y no 4. Hágame preguntas como un profesor hasta que yo mismo encuentre lo que me falte. No me corrija con la respuesta.

La IA también se equivoca con los signos: comprueben cada resultado caminando en la recta.

Referencias

Contenido Ficha P1-L7 del curso (v2 auditada) y guion del video P1-L7-clase v2: ejemplos, números y palabras. El caminante es el modelo del curso (blueprint «Negativos sin miedo»).

El estudio Ryan, J. y Williams, J. (2007). *Children's Mathematics 4-15*. Open University Press. Apéndice 1, p. 218, ítem M14.18b (prueba de 14 años): en $(-6)-(+3)$ acierta el 35 % y el 27 % responde -3 («sign and number as two separate objects»).

Contenido estándar OpenStax, *Prealgebra* 2e, §3.2 «Add Integers» (PDF p. 196) y §3.3 «Subtract Integers» (PDF p. 211). Van de Walle, Karp y Bay-Williams (2015), pp. 621-622.

Currículo MEN (2006). *Estándares básicos de competencias*, p. 84 (6.º-7.º: 67N6, 67N7). MEN (2016). *DBA Matemáticas* V.2: 6.º DBA 1 (p. 45) y 7.º DBA 1 (p. 53).

Didáctica Muller (2008), pp. 165 y 199 (PDF 185 y 219): predecir antes de ver. Sweller, Ayres y Kalyuga (2011), p. 172 (PDF 192): resuelto → con hueco → sin ayuda. Clark y Mayer (2016), p. 209 (PDF 229): las palabras antes del procedimiento.

Imágenes Frasco con monedas y billete: stevepb, Wikimedia Commons, «Piggy-bank-968302.jpg», CC0. Zumbi, caminante, fichas, rectas e íconos pixel: dibujados por código (*CREDITOS.md*).

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM