MÓDULO 1 · NÚMEROS NATURALES, CONJUNTOS Y ENTEROS

1.5

MCD y mcm

cuál se usa cuándo (y cómo no confundirlos)

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

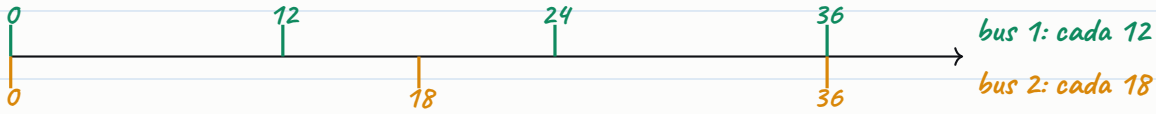
La pregunta de este capítulo



Dos buses salen juntos del terminal:
uno cada 12 minutos y otro cada 18.

¿Cuándo vuelven a salir juntos?





Guarden la pregunta: al final la respondemos

en la recta del tiempo (p. 39).

En este capítulo van a...

- encontrar el MCD y el mcm;
- calcularlos con los factores primos;
- decidir cuál pide un problema.

Lo que ya saben

la escalera de factores ✓
intersección y unión ✓
de las Lecciones 1.4 y 1.1.

la clase en video
7:06 min

Palabras que van a usar

Estas son las palabras del capítulo. Cada una tiene su dibujo; vuelvan a esta página cuando una se les olvide.

12 ÷ 4 = 3
4 es divisor de 12

divisor y múltiplo
lo que cabe exacto y lo que contiene

1, 2, 3, 6
en las dos listas

divisor común
divide a los dos números

MCD(12, 18)
= 6

máximo común divisor
el mayor que cabe exacto en los dos

mcm(12, 18)
= 36

mínimo común múltiplo
el menor que contiene a los dos



MCD va en mayúsculas y mcm en minúsculas: así no se confunden al escribirlos.

Lo que ya saben. De la Lección 1.4: divisores, múltiplos y la escalera. $12 = 2^2 \cdot 3$ y $18 = 2 \cdot 3^2$. De la Lección 1.1: la intersección (lo común) y la unión (todo, sin repetir).

En el aula, con las manos

Dos estudiantes dan pasos sobre una cinta marcada en el piso: uno avanza de 3 en 3 baldosas y el otro de 4 en 4, saliendo del mismo punto. ¿En qué baldosa vuelven a pisar los dos la misma? (en la 12). Después cortan dos cuerdas de 12 y 18 palmos en trozos iguales, lo más largos posible (de 6 palmos).

1 Divisores y múltiplos comunes

▶ en el video: **0:39**

Empecemos con 12 y 18. Divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12. De 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18. Los que están en las dos listas son **divisores comunes**: 1, 2, 3 y 6. El mayor, 6, es el **máximo común divisor**: lo más grande que cabe exacto en los dos.

Se dice «eme ce de»: MCD(12, 18) = 6.

divisores de 12: 1 2 3 4 **6** 12
divisores de 18: 1 2 3 **6** 9 18

MCD = 6

Ahora los múltiplos. De 12: 12, 24, 36… De 18: 18, 36… El primero que está en las dos listas es 36: el **mínimo común múltiplo**. Lo más pequeño que contiene a los dos.

Se dice «eme ce eme»: mcm(12, 18) = 36.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

Fíjense en el orden

$$6 \;<\; 12 \;<\; 18 \;<\; 36$$

El MCD nunca es mayor que los números; el mcm nunca es menor.

2 Con los factores primos

en el video: **1:41**

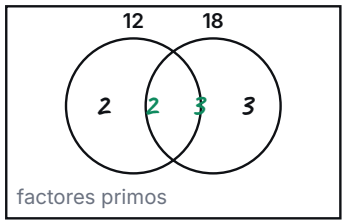
Con números grandes, las listas se alargan. El atajo: los factores primos. Doce: $2\cdot2\cdot3$. Dieciocho: $2\cdot3\cdot3$. En un diagrama de Venn, lo que comparten, un 2 y un 3, va al centro.



Es el Venn de la Lección 1.1: lo común al centro, una sola vez.

Ejercicio 1 12 y 18 en el Venn

1:41 (1) 2 3 resuelto, para mirar



① $12 = 2\cdot2\cdot3$

$18 = 2\cdot3\cdot3$

② $MCD = 2\cdot3 = \boxed{6}$

el centro: cabe en los dos

③ $mcm = 2\cdot2\cdot3\cdot3 = \boxed{36}$

La idea del capítulo

Lo del centro **cabe en los dos**: es el MCD. Todo el diagrama, sin repetir, **contiene a los dos**: es el mcm. Con exponentes:

MCD: los primos **comunes** con el exponente **menor**
mcm: **todos** los primos con el exponente **mayor**

$$12 = 2^2\cdot3,\ 18 = 2\cdot3^2 \Rightarrow \text{MCD} = 2\cdot3 = 6,\ \text{mcm} = 2^2\cdot3^2 = 36$$

Ejercicio 2 24 y 36

2:27 1 (2) 3 complétenlo

① $24 = 2^3\cdot3$ $\qquad$ $36 = 2^2\cdot3^2$

② $MCD = 2^2\cdot3 = 12$

③ $mcm = 2^3\cdot\square = 72$

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

Ejercicio 3 40 y 60, sin ayuda

3:20 1 2 3 sin ayuda

40 y 60:

Fase 3: el video les da 5 segundos. Primero las dos escaleras.

3 ¿MCD o mcm?

en el video: 3:44

Dos luces de Navidad: una parpadea cada 6 segundos y otra cada 10; acaban de parpadear juntas. El 2 divide a 6 y a 10.



Dos luces, dos ritmos: 6 s y 10 s.

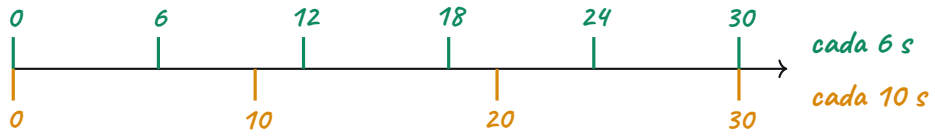
Piénsenlo antes de seguir

tapen lo de abajo con una hoja

¿Verdadero o falso? Vuelven a parpadear juntas a los 2 segundos.

V F

Falso. A los 2 segundos ninguna ha vuelto a parpadear: la primera vuelve a los 6; la segunda, a los 10. El 2 divide a los dos, pero aquí nada se reparte: **se repite**.



⊗ Así lo escribió un compañero

«Vuelven a parpadear juntas a los 2 s, porque 2 divide a 6 y a 10»

✓ Así es

Vuelven juntas a los 30 s: mcm(6, 10) = 30



Repartir o repetir: decidan eso antes de hacer cuentas.

Por qué: el MCD sirve para repartir; aquí algo se repite hasta coincidir, y eso pide el mcm. En la recta, las marcas coinciden por primera vez en 30.

Antes de calcular, pregúntense

¿Hay que repartir en partes iguales, sin que sobre nada? ⇒ MCD.
¿Algo se repite hasta coincidir? ⇒ mcm.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

Ejercicio 4 Las cintas

4:36 · 1 2 3 · resuelto, para mirar

① cintas de 12 m y de 18 m, en trozos iguales lo más largos posible

② repartir sin que sobre ⇒ MCD

③ MCD(12, 18) = **6 m**

Ejercicio 5 Las alarmas

4:52 · 1 2 3 · complétenlo

① alarmas: cada 4 h y cada 6 h; juntas a las 6 a. m.

② ☐(4, 6) = ☐ ¿se reparte o se repite?

③ vuelven a sonar juntas a las ☐

Ejercicio 6 Rosas y claveles, sin ayuda

5:22 · 1 2 3 · sin ayuda

40 rosas y 60 claveles en ramos iguales, el mayor número de ramos sin que sobre nada:

Para el cuaderno de trabajo

En el taller los espera un piso con baldosas cuadradas lo más grandes posible: ¿cuál de los dos? (el video lo deja en el minuto 5:52).

Para recordar

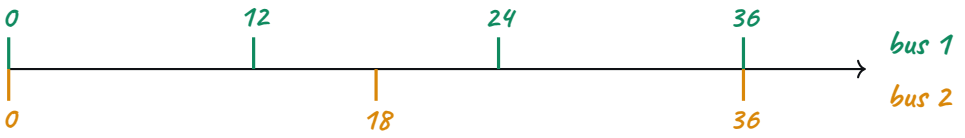
1. MCD: los primos comunes con el exponente menor; mcm: todos, con el mayor.
2. El MCD nunca es mayor que los números, y el mcm nunca es menor.
3. Si se reparte sin que sobre, MCD; si se repite hasta coincidir, mcm.

✓ *La respuesta a la pregunta*

en el video: **6:22**

Un bus sale a los 12, 24 y 36 minutos; el otro, a los 18 y 36. Vuelven a salir juntos a los **36 minutos**: el mcm.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM





¡Pregunta pagada! Los buses se repiten: mcm.

Para qué les sirve

En 10.º y 11.º, esto se usa en «Argumentar con números: pares, divisibilidad y contraejemplos». Y el mcm vuelve como denominador común al sumar fracciones (Lección 2.2). **Lo que sigue:** Lección 1.6, los números enteros.

Para seguir estudiando

Recursos

escaneen con la cámara del celular

La clase — video de 7:06, en la lección del curso

El short — el error típico en un minuto

La lista — todas las clases del módulo

Prompts para estudiar con IA

Péguenlos en un asistente de IA: están escritos para que les **pregunte**, no para que les responda. Y comprueben cada número: la IA también se equivoca con las cuentas.

1. Invénteme 6 situaciones cortas, una por una, y pídame que diga si piden el MCD o el mcm, y por qué (¿se reparte o se repite?). No me diga la respuesta: espere la mía.
2. Deme 3 parejas de números entre 20 y 100. Pídame el MCD y el mcm con los factores primos. Si me equivoco con los exponentes, deme una pista, no la solución.
3. Le voy a explicar por qué las luces de 6 y 10 segundos no vuelven a parpadear juntas a los 2 segundos. Hágame preguntas como un profesor hasta que yo mismo encuentre lo que me falte.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

Referencias

Contenido Ficha P1-L5 del curso (v3 auditada) y guion del video P1-L5-clase: ejemplos, números y palabras.

Estándares MEN (2006). *Estándares básicos de competencias*, p. 84: 67N5 (teoría de números) y 67N7 (problemas aditivos y multiplicativos). MEN (2016). *DBA Matemáticas* V.2, grado 6.º, DBA 2, p. 45.

Contenido OpenStax (2020). *Prealgebra* 2.ª ed., CC BY 4.0, §2.5 (mcm por factorización prima), PDF p. 162 **[por verificar]**.

Errores Van de Walle et al. (2019), p. 407 (PDF 408): muchos estudiantes no hallan denominadores comunes porque no dominan los múltiplos, y «any common denominator will work». La confusión entre MCD y mcm en problemas no tiene estudio propio en el corpus (lo declara la ficha).

Didáctica Sweller, Ayres y Kalyuga (2011). *Cognitive Load Theory*, p. 172 (PDF 192): resuelto → con hueco → sin ayuda. Clark y Mayer (2016), p. 209 (PDF 229): vocabulario antes del procedimiento. Muller (2008), pp. 165 y 199: predecir antes de ver.

Imágenes Bus: Blervis, Wikimedia Commons, «Intercity bus at Asunción bus terminal.jpg», CC0. Luces: Lucfestevents, Wikimedia Commons, «Christmas Lights Lucan.jpg», CC0. Zumbi, rectas, Venn e íconos pixel: dibujados por código (*CREDITOS.md*).

Sus notas: dudas para llevar a la clase

Soluciones

Ej. 2. 3^2*: del 3 se toma el exponente mayor;* $8 \times 9 = 72$.

Ej. 3. $40 = 2^3 \cdot 5$, $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$*: MCD* $= 20$, *mcm* $= 120$.

Ej. 5. $\text{mcm}(4, 6) = 12$ *h: a las 6 p. m.*

Ej. 6. $\text{MCD}(40, 60) = 20$ *ramos, cada uno con 2 rosas y 3 claveles.*

Piénselo: falso; a los 30 s.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM