MÓDULO 1 · NÚMEROS NATURALES, CONJUNTOS Y ENTEROS

1.1

Conjuntos

pertenecer, estar contenido, unir e intersecar

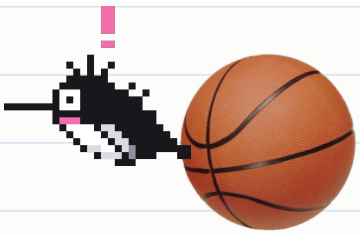


La pregunta de este capítulo



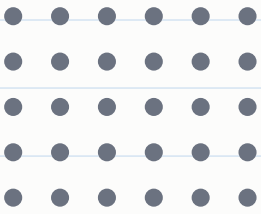
En un curso de 30 estudiantes,
a 18 les gusta el fútbol y a 15 el baloncesto.

$$18 + 15 = 33$$



...pero en el curso solo hay 30.
¿Cómo puede ser?

curso: 30



Guárdenla: al final del capítulo la respondemos con un dibujo (p. 9).

En este capítulo van a...

- describir un conjunto por extensión y por comprensión;
- usar $\in$, $\subset$, $\cup$, $\cap$ y el complemento;
- leer y llenar un diagrama de Venn de dos conjuntos con cantidades, empezando por el centro.

Lo que ya saben

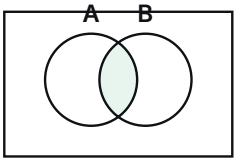
contar ✓ sumar ✓ restar ✓ con números naturales. Nada más: lo demás lo construimos aquí.

la clase en video
8:12 min

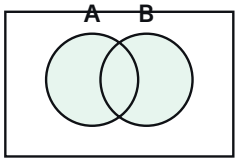
PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

Palabras que van a usar

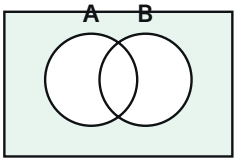
Antes de cualquier cuenta, estas son las palabras del capítulo. Cada una tiene su símbolo y su dibujo; vuelvan a esta página cuando una se les olvide.



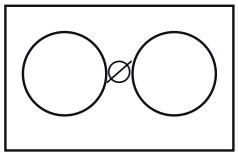
intersección $\cap$
lo común; se lee «**y**»



unión $\cup$
junta sin repetir; se lee «**o**» (también los de los dos)



complemento
lo que queda por fuera, dentro del universal U



conjunto vacío $\varnothing$
el que no tiene elementos: lo común de dos aros que no se cruzan



Primero las palabras, después las cuentas: así el procedimiento no se mezcla con vocabulario nuevo.

Si no hay aros, sirven dos lazos o dos círculos de tiza en el patio.

▶ en el video: **0:43**

Conjunto y **elemento**: un elemento **pertenece** a un conjunto ($\in$). Un conjunto entero que vive dentro de otro es un **subconjunto**: **está contenido** ($\subset$). El **conjunto universal** U es todo lo que cuenta en el problema.

En el aula, con las manos

Cada estudiante escribe su nombre en una ficha. En el piso, dos aros (o dos cuerdas) que se cruzan: «fútbol» y «baloncesto». Cada quien pone su ficha donde le corresponde. Los que la ponen donde se cruzan los aros acaban de inventar la intersección.

1 Qué es un conjunto

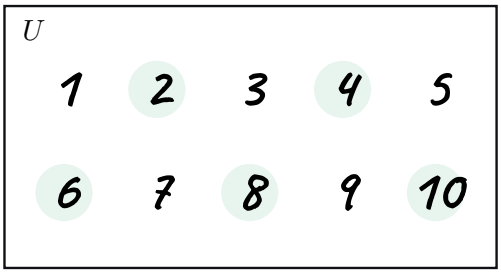
Conjunto

Un conjunto es una **colección bien definida**: de cualquier cosa se puede decir si está o no está en él. «Los números del 1 al 10» es un conjunto; «los números grandes» no lo es, porque nadie puede decir dónde empiezan.

Bien definida = nadie discute si algo está o no está.

Tomen los números del 1 al 10: ese es el **conjunto universal**, $U = \{1, 2, \ldots, 10\}$. Llamemos A a los números pares. Se puede escribir de dos maneras:

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

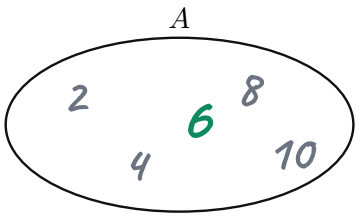


Por extensión, nombrando cada elemento:
$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

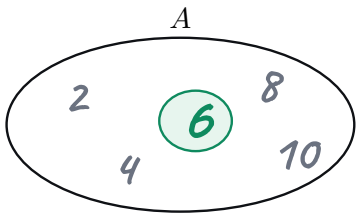
Por comprensión, diciendo la regla:
$A = \{x \in U \mid x \text{ es par}\}$
Se lee: «los x de U tales que x es par».

¿Pertenece o está contenido?

El 6 es un elemento de A: decimos que **6 pertenece a** A y se escribe $6 \in A$. En cambio, el conjunto que tiene solo al 6, $\{6\}$, **está contenido** en A: es un subconjunto, $\{6\} \subset A$. **Pertenecer es para un elemento; estar contenido, para un conjunto.**



$6 \in A$
un elemento: **pertenece**



$\{6\} \subset A$
un conjunto dentro de otro: **está contenido**



El 6 suelto entra con ∈. Con ⊂ entra un conjunto: el 6 con sus llaves.

Piénsenlo antes de seguir — tapen lo de abajo con una hoja

¿Verdadero o falso? $6 \subset A$ V F

⊗ **Así lo escribió un compañero**
$6 \subset A$

✓ **Así es**
$6 \in A$ y $\{6\} \subset A$

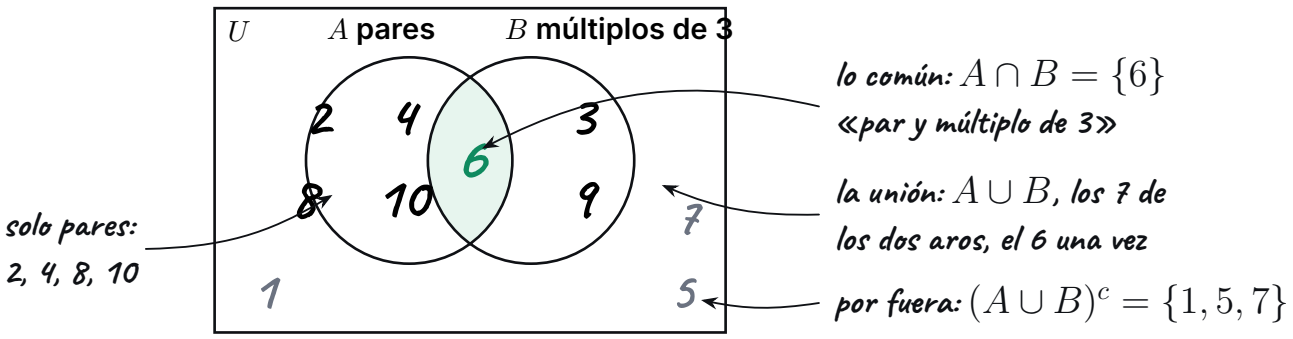
Por qué: el 6 suelto es un elemento, así que va con $\in$. Con $\subset$ va un conjunto: el 6 dentro de sus llaves.

Dos aros que se cruzan

Ahora B = los múltiplos de 3 $= \{3, 6, 9\}$. Se dibuja un aro para cada conjunto. El 6 está en los dos, así que va donde los aros se cruzan.

El dibujo es el mismo del video (minuto 2:01): los números viajan a su región.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM



- **Intersección**, lo común: $A \cap B = \{6\}$. Es la palabra «**y**»: par *y* múltiplo de 3.
- **Unión**, junta sin repetir: $A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10\}$. Es la palabra «**o**»: par, o múltiplo de 3, o las dos cosas; por eso el 6 está.
- **Complemento** de la unión, lo que queda por fuera: $(A \cup B)^c = \{1, 5, 7\}$. Si dos conjuntos no tienen nada en común, su intersección es el **conjunto vacío**: $\varnothing$.

¿Por qué funciona? Contar la unión sin repetir

A tiene 5 elementos y B tiene 3. Si los sumo, el 6 lo cuento dos veces: una en A y otra en B. Por eso, para contar la unión, sumo los dos y resto lo común una vez.



Las barras $|\ |$ quieren decir «cuántos elementos tiene».

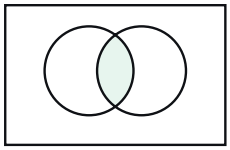
> **La idea del capítulo**
>
> $$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \qquad 7 = 5 + 3 - 1$$
>
> Siete: justo los que contamos en la unión.

2 Llenar el Venn desde el centro

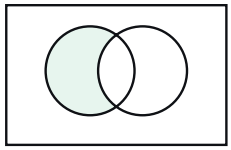
▶ en el video: **3:16**

Con cantidades, el diagrama se llena **empezando por el centro**. La razón: los del centro ya están dentro de cada total. Si empiezan por un total, se llevan adentro a los del centro sin darse cuenta.

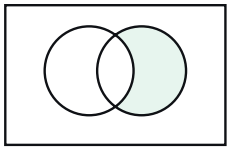




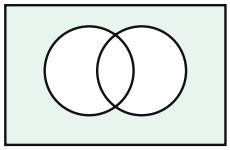
① el centro, primero



② solo A = total − centro



③ solo B = total − centro



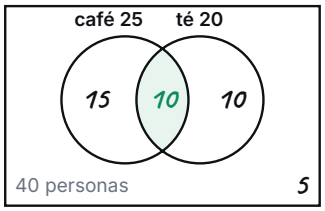
④ por fuera = todos − lo de adentro

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

Ejercicio 1 Café y té

3:16 (1) 2 3 resuelto, para mirar

De 40 personas, 25 toman café, 20 toman té y 10 toman las dos cosas. ¿Cuántas no toman ninguna de las dos?



① total = 40 las dos = 10

② centro = 10 va primero

③ solo café = 25 − 10 = 15

solo té = 20 − 10 = 10

④ ninguna = 40 − (15 + 10 + 10)

= 40 − 35 = 5

compruebo: 15 + 10 + 10 + 5 = 40 ✓



25 toman café…



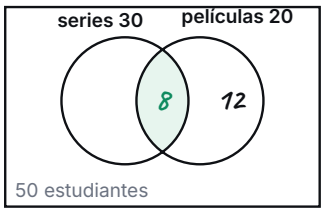
…20 toman té, y 10 las dos: esos 10 viven en los dos aros.

Fase 2: el video les da el centro y una luna; ustedes completan lo demás (pausa de 4 s).

Ejercicio 2 Series y películas

4:10 1 (2) 3 complétenlo

De 50 estudiantes, 30 ven series, 20 ven películas y 8 ven las dos. Completen los huecos antes de mirar la solución al final del capítulo.



① total = 50 las dos = 8

② centro = 8

③ solo películas = 20 − 8 = 12

solo series = 30 − 8 = ☐

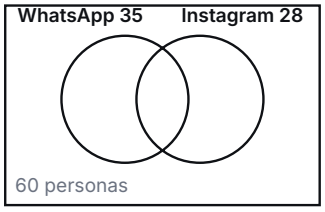
④ ninguna = 50 − (☐ + 8 + 12)

= 50 − ☐ = ☐

Ejercicio 3 WhatsApp e Instagram

5:04 1 2 (3) sin ayuda

De 60 personas, 35 usan WhatsApp, 28 usan Instagram y 13 usan las dos. Llenen las cuatro regiones, empezando por el centro.





Sin ayuda: el diagrama vacío, como en la pausa de 5 segundos del video.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

en el video: **5:42**

3 No contar dos veces

Volvamos al curso de 30.

> **Piénsenlo antes de seguir** — tapen lo de abajo con una hoja
>
> ¿Verdadero o falso? «A $18 + 15 = 33$ estudiantes les gusta algún deporte.» V F

Así lo escribió un compañero

«A $18 + 15 = 33$ estudiantes les gusta algún deporte»

Así es

En un curso de 30 no puede haber 33. Los del centro van **una** sola vez.



El 33 no cabe en un curso de 30: esa es la pista de que alguien se contó dos veces.

Por qué: a los que les gustan los dos deportes los contaron dentro del 18 y otra vez dentro del 15: al sumar, se cuentan dos veces. Sumar directo solo vale si los conjuntos no tienen nada en común.



Ojo. «Sí a una sola» no es lo mismo que «sí a alguna». «Alguna» es la unión, la palabra «o»: incluye a los del centro. «Una sola» los deja por fuera: solo cuentan las dos lunas del diagrama.

Para practicar, en el cuaderno de trabajo: uno al revés, en el que hay que encontrar el centro (el video lo deja abierto en el minuto 6:15), y una encuesta del colegio que viene en una tabla y hay que pasar a un diagrama de Venn.

Para recordar

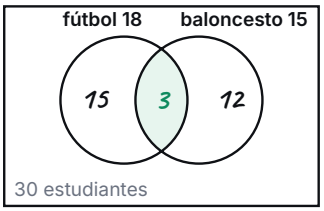
1. Un elemento **pertenece** ($\in$); un conjunto **está contenido** ($\subset$).
2. La intersección es «y»; la unión es «o», y cuenta también a los que están en los dos.
3. Llenen el diagrama de Venn **empezando por el centro**, para no contar dos veces lo común.

Son las tres reglas del minuto 6:49 del video, con las mismas palabras.

en el video: **7:11**

✓ La respuesta a la pregunta

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM



① $18 + 15 = 33$ sobran 3

$33 - 30 = \boxed{3}$ al centro

② solo fútbol $= 18 - 3 = 15$

solo baloncesto $= 15 - 3 = 12$

③ compruebo: $15 + 3 + 12 = 30$ ✓

Esos 3 estudiantes están en el centro: los contaron dos veces. Si a cada estudiante le gusta por lo menos uno de los dos deportes, son **exactamente 3**. Si no, son **3 o más**: cada estudiante que queda por fuera de los dos aros obliga a meter uno más en el centro.

Para qué les sirve

En 10.º y 11.º, en «Contar sin contar: conjuntos, diagramas de Venn y el principio multiplicativo» (Mate 10·11 · 10.1). Y en Saber 11: «intersección, unión y contenencia de conjuntos» es contenido genérico de la prueba (Icfes, 2019, tabla 1). **Lo que sigue:** Lección 1.2, por qué 25×36 se puede hacer de cabeza.

Para seguir estudiando

Recursos

escaneen con la cámara del celular

La clase
video de 8:12, en la lección del curso

El short
el error típico en un minuto

La lista
todas las clases del módulo



18 en fútbol



15 en baloncesto, y 3 en los dos



¡Pregunta pagada! Es el mismo dibujo del final del video.

Soluciones

Ej. 2. solo series: 30 − 8 = 22; ninguna: 50 − 42 = 8.

Ej. 3. centro 13; solo WhatsApp 35 − 13 = 22; solo Instagram 28 − 13 = 15; ninguna 60 − 50 = 10.

Piénsenlo: las dos son falsas: $6 \in A$, y en un curso de 30 no caben 33.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM



Si la IA les suelta la respuesta, escríbanle: «No me la diga; deme solo una pista».

Prompts para estudiar con IA

Péguenlos en un asistente de IA: están escritos para que la IA les **pregunte**, no para que les responda.

1 Estoy aprendiendo conjuntos. Hágame 5 preguntas, una por una, para saber si distingo «pertenece» ($\in$) de «está contenido» ($\subset$). No me diga la respuesta: espere la mía y dígame solo si está bien o en qué me equivoqué.

2 Invénteme un problema de un curso con dos gustos (como fútbol y baloncesto), con números distintos a los de mi guía. Pídame que llene el diagrama de Venn empezando por el centro. Si me equivoco, deme una pista, no la solución.

3 Le voy a explicar con mis palabras por qué $18 + 15 = 33$ no contradice que un curso tenga 30 estudiantes. Hágame preguntas como un profesor, hasta que yo mismo encuentre lo que me falte. No me corrija con la respuesta.

La IA también se equivoca con las cuentas: comprueben cada número en su diagrama.

Referencias

Contenido Ficha P1-L1 del curso (v3 auditada) y guion del video P1-L1-clase v1.1: ejemplos, números y palabras.

Saber 11 Icfes (2019). *Marco de referencia de la prueba de Matemáticas Saber 11.°*, tabla 1, p. 32 del PDF: «Intersección, unión y contenencia de conjuntos». Icfes (2026). *Guía de orientación Saber 11.° 2026-2*, figura 5, p. 35.

Principio de adición Abramson, J. (2022). *Precálculo*, 2.ª ed. OpenStax, CC BY 4.0. §11.5, p. 1235 (PDF 1245): vale para eventos «sin resultados comunes».

Venn con sucesos MEN. *Matemáticas 9.°, Postprimaria rural*, pp. 155-156 del PDF (unión de sucesos con diagrama de Venn).

Didáctica Sweller, Ayres y Kalyuga (2011). *Cognitive Load Theory*, p. 172 (PDF 192): resuelto → con hueco → sin ayuda; p. 114 (PDF 134) **[por verificar]**: diagrama y pasos juntos. Ryan y Williams (2007). *Children's Mathematics 4-15*, Apéndice 1, M10.20: el centro es «los dos». Muller (2008), pp. 165 y 199: predecir antes de ver. Clark y Mayer (2016), p. 156 (PDF 176) **[por verificar]**: solo imágenes que enseñan.

Imágenes Balón de fútbol: Wikimedia Commons, «Soccerball.svg», CC0. Balón de baloncesto: Wikimedia Commons, «Basketball.png», Reisio, dominio público. Café y té: Petr Kratochvil, Wikimedia Commons, CC0. Celular: StockyPics, Flickr, CC0. Zumbi, diagramas e íconos pixel: dibujados por código (*CREDITOS.md*).

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM